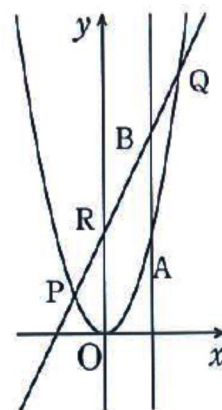
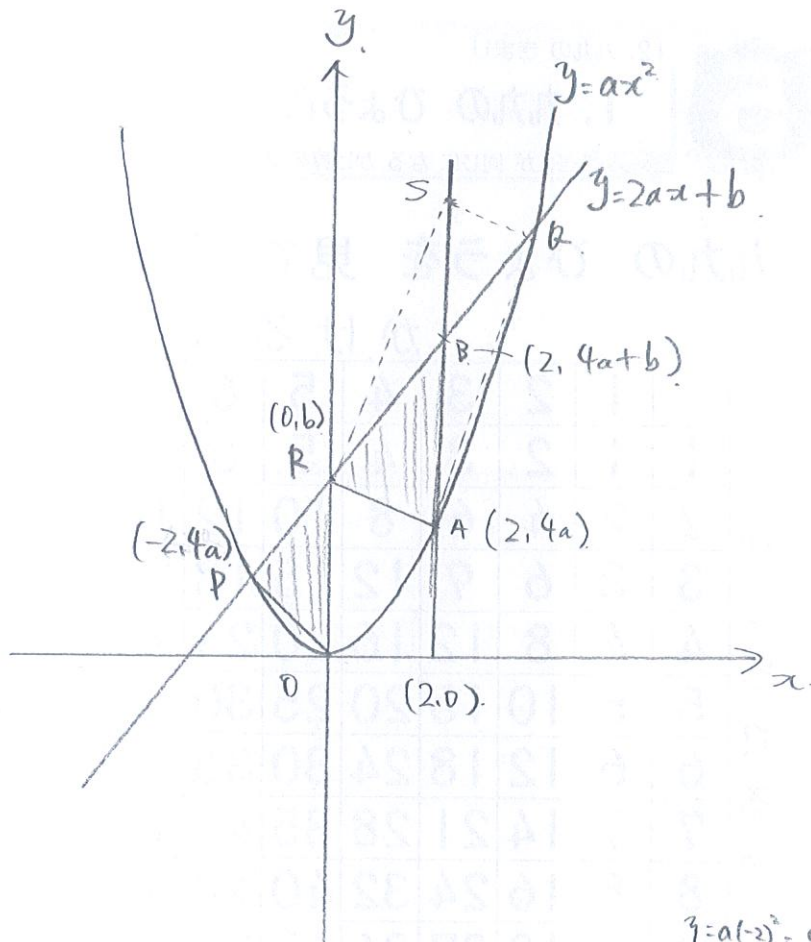


- ③ 右図のように、関数 $y=ax^2$ と $y=2ax+b$ のグラフ ($a>0, b>0$) があり、2つのグラフの交点を x 座標の小さい方から順に P, Q とし、関数 $y=2ax+b$ のグラフと y 軸との交点を R とする。また、点 $(2, 0)$ を通り y 軸に平行な直線と関数 $y=ax^2$ と $y=2ax+b$ のグラフの交点をそれぞれ A, B とする。原点を O とし、 $\triangle ABR$ と $\triangle ORP$ の面積が等しいとき、次の問いに答えなさい。



- ① 点 B の y 座標を a, b を用いて表しなさい。
- ② 点 P の x 座標を求めなさい。
- ③ b を a の式で表しなさい。
- ④ 点 $(2, 0)$ を通り y 軸に平行な直線上に点 S をとると、四角形 $AQSR$ は平行四辺形となった。平行四辺形の面積が 48 のとき、 a の値を求めなさい。



①

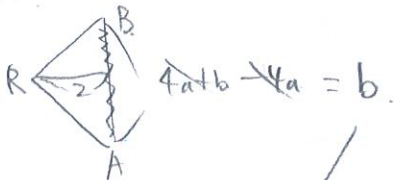
$$y = 2ax(2) + b$$

$$y = 4a + b$$

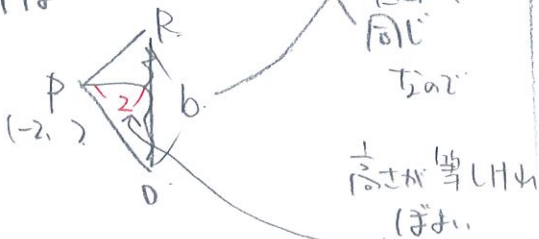
$$B(2, 4a + b)$$

② $A(2, 4a)$

$\triangle ABR$ は



$\triangle ORP$ は



よって P の x 座標は -2

③

$P(-2, 4a)$

P は $y = 2ax + b$ 上の点でもある。

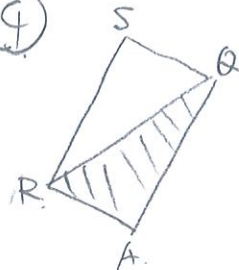
$$4a = 2a(-2) + b$$

$$4a = -4a + b$$

$$8a = b$$

$$b = 8a$$

④



面積
全体が 48 なの。

$\triangle ARB$ の面積は半分の 24。

点 Q は $y = ax^2$ と $y = 2ax + b$ の交点なの。

$$ax^2 = 2ax + b$$

$$ax^2 - 2ax - b = 0$$

↓

$$ax^2 - 2ax - b = 0.$$

$$x = \frac{2a \pm \sqrt{(2a)^2 - 4a(-b)}}{2a}$$

$$4a^2 + 4ab$$

$$x = \frac{2a \pm \sqrt{4a^2 + 4ab}}{2a}$$

$$x = \frac{2a \pm 2\sqrt{a^2 + ab}}{2a}$$

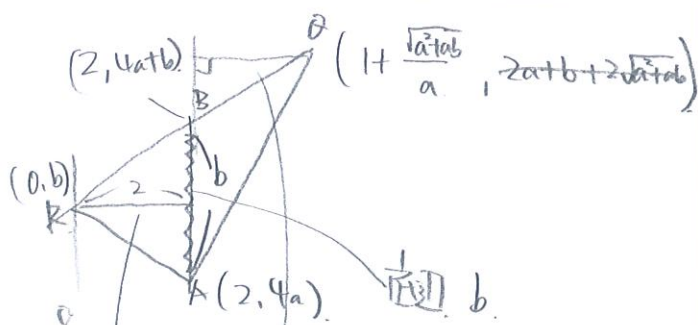
$$x = 1 \pm \frac{\sqrt{a^2 + ab}}{a}$$

$$P \text{ is } Q \text{ is } Q + \frac{1}{a} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a} = \frac{2}{a}$$

$$Q \left(1 + \frac{\sqrt{a^2 + ab}}{a} \right)$$

$$y = 2a \times \left(1 + \frac{\sqrt{a^2 + ab}}{a} \right) + b$$

$$= 2a + 2\sqrt{a^2 + ab} + b$$



$$\Delta BAR$$

$$b \times 2 \times \frac{1}{2}$$

$$= b$$

$$\Delta BAQ$$

$$b \times \left(1 + \frac{\sqrt{a^2 + ab}}{a} - 2 \right) \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{b}{2} \left(\frac{\sqrt{a^2 + ab}}{a} - 1 \right)$$

$$= \frac{b\sqrt{a^2 + ab}}{2a} - \frac{b}{2}$$

$$= \frac{b\sqrt{a^2 + ab}}{2a} - \frac{b}{2}$$

$$b + \frac{b\sqrt{a^2 + ab}}{2a} - \frac{b}{2} = 24$$

$$b = 8a$$

$$\sqrt{a^2} = 3a$$

$$8a + \frac{8a\sqrt{a^2 + 8a^2}}{2a} - \frac{8a}{2} = 24$$

$$8a + \frac{8a \times 3a}{2a} - \frac{8a}{2} = 24$$

$$8a + 12a - 4a = 24$$

$$16a = 24$$

$$a = \frac{24}{16}$$

$$a = \frac{3}{2}$$